1

a) = { (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3) }

Phản xạ:

Gọi A là ma trận quan hệ và B = AA ta có:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 |

A =

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 |

B = AA =

∀Aij­, (i ≠ j) ˄ (Aij = 1) 🡪 (Aji = 0)

=> 0 🡪 0

=> 1

=> R có tính bất đối xứng (1)

∀Aii, Aii = 1

=> R có tính phản xạ (2)

∀Bij(Bij ≠ 0) 🡪 Aij ≠ 0

= > 0 🡪 0

=> 1

=> R có tính bắt cầu (3)

Từ (1)(2)(3)

=> R1 tuần tự một phần

b) = {(0, 0), (1, 1), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)}

ta có:

(2,3) ∈ R2 ˄ (3,2) ∈ R2

=> R2 không có tính bất đối xứng

=> R2 không tuần tự một phần

c) {(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 3)}

gọi A là ma trận quan hệ và B = AA ta được:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 |

A =

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 |

B = AA =

∀Aij­, (i ≠ j) ˄ (Aij = 1) 🡪 (Aji = 0)

=> 0 🡪 0

=> 1

=> R có tính bất đối xứng (1)

∀Aii, Aii = 1

=> R có tính phản xạ (2)

∀Bij(Bij ≠ 0) 🡪 Aij ≠ 0

= > 0 🡪 0

=> 1

=> R có tính bắt cầu (3)

Từ (1)(2)(3)

=> R3 tuần tự một phần

d) = {(0, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 3)}

gọi A là ma trận quan hệ và B = AA ta có:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

A =

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 0 | 1 | 2 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

B = AA =

∀Aij­, (i ≠ j) ˄ (Aij = 1) 🡪 (Aji = 0)

=> 0 🡪 0

=> 1

=> R có tính bất đối xứng (1)

∀Aii, Aii = 1

=> R có tính phản xạ (2)

∀Bij(Bij ≠ 0) 🡪 Aij ≠ 0

= > 0 🡪 0

=> 1

=> R có tính bắt cầu (3)

Từ (1)(2)(3)

=> R4 tuần tự một phần

e) = {(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 2), (3, 3)}

ta có (0,1) ∈ R5 ˄ (1,0) ∈ R5

= > không có tính chất bất đối xứng

=> không phải là quan hệ tuần tự 1 phần

2

a) = {(0, 0), (2, 2), (3, 3)}

Phản xạ:

= > không có tính phản xạ

=> không là quan hệ tuần tự 1 phần

b) = {(0, 0), (1, 1), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 3)}

gọi A là ma trận quan hệ và B = AA ta có

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

A =

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 2 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

B = AA =

∀Aij­, (i ≠ j) ˄ (Aij = 1) 🡪 (Aji = 0)

=> 0 🡪 0

=> 1

=> R có tính bất đối xứng (1)

∀Aii, Aii = 1

=> R có tính phản xạ (2)

∀Bij(Bij ≠ 0) 🡪 Aij ≠ 0

= > 0 🡪 0

=> 1

=> R có tính bắt cầu (3)

Từ (1)(2)(3)

=> R2 tuần tự một phần

c) = {(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 1), (3, 3)}

gọi A là ma trận quan hệ và B = AA ta có

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |

A =

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 2 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 1 |

B = AA =

Ta có:

∀Bij(Bij ≠ 0) 🡪 Aij ≠ 0

= > 1 🡪 0

=> 0

=> R3  không có tính bắt cầu

=> R3 không tuần tự từng phần

d) = {(0, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 0), (3, 3)}

gọi A là ma trận quan hệ và B = AA ta được:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 1 |

A =

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 3 | 0 | 1 | 2 |
| 3 | 2 | 0 | 0 | 2 |

B = AA =

Ta có:

∀Bij(Bij ≠ 0) 🡪 Aij ≠ 0

= > 1 🡪 0

=> 0

=> R4  không có tính bắt cầu

=> R4 không tuần tự từng phần

e) = {(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 0), (2, 2), (3, 3)}

ta có (0,1) ∈ R5 ˄ (1,0) ∈ R5

= > không có tính chất bất đối xứng

=> không là quan hệ tuần tự 1 phần

3. Is *(S, R)* a poset if *S* is the set of all people in the world

and *(a, b)* ∈ *R*, where *a* and *b* are people, if

**a)** *a* is taller than *b*?

**b)** *a* is not taller than *b*?

**c)** *a* = *b* or *a* is an ancestor of *b*?

**d)** *a* and *b* have a common friend?

Solve

**a)** *a* is taller than *b*?

- Phản xạ: một người a không thể cao hơn chính mình

🡪 Không phải là một poset vì không phản xạ;

b) *a* is not taller than *b*?

- Phản xạ: một người a có thể cao bằng chính mình 🡪 Có phản xạ(1)

- Bất đối xứng: một người a có thể thấp hơn một người b thì người b không thể thấp hơn người a🡪 Có bất đối xứng(2)

- Bắc cầu: Giả sử có 3 người a,b,c:

+ Người a thấp hơn người b

+ Người b thấp hơn người c

🡪 Người a thấp hơn người c

* Có tính bắc cầu

Từ (1)(2)(3):

🡪 Là một poset

c) *a* = *b* or *a* is an ancestor of *b*?

- Phản xa: a = a hoặc a là tổ tiên của a

🡪 1 ˅ 0

🡪 1

🡪 Có phản xạ

- Bất đối xứng: a ≠ b hoặc a không là tổ tiên của b

🡪 Có bất đối xứng

- Bắc cầu: Giả sử có 3 người a,b,c

+ a=b hoặc a là tổ tiên của b

+ b=c hoặc b là tổ tiên của c

=> a=c hoặc a là tổ tiên của c

🡪 Có tính bắt cầu

🡪 Là một poset

d) *a* and *b* have a common friend?

- Bất đối xứng: Nếu a và b có chung bạn và b với a có chung bạn thì người bạn đó giống nhau

🡪 Không bất đối xứng

🡪 Không phải là một poset

23

a)

{1,2,3,4,5,6,7,8}

Ta có R = {(1,1) (2,2) (3,3) (4,4) (5,5) (6,6) (7,7) (8,8) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (1,7) (1,8) (2,4) (2,6) (2,8) (3,6) (4,8)}

Gọi A là ma trận quan hệ và B = AA ta có:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| **1** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **2** | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **3** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **4** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **5** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **7** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **8** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

A =

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| **1** | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 4 | 2 | 4 |
| **2** | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 3 |
| **3** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| **4** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| **5** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **7** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **8** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

B = AA =

Ta thấy :

∀Aij­, (i ≠ j) ˄ (Aij = 1) 🡪 (Aji = 0)

=> R có tính bất đối xứng (1)

∀Aii, Aii = 1

=> R có tính phản xạ (2)

∀Bij(Bij ≠ 0) 🡪 Aij ≠ 0

=> R có tính bắt cầu (3)

Từ (1)(2)(3)

=> R tuần tự một phần

Ta có biểu đồ hasse là:

6 8

5 7 4

3

2

1

b)

{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13}

Ta có R với quan hệ chia hết là:

R = {(1,1) (2,2) (3,3) (5,5) (7,7) (11,11) (13,13)}

Gọi A là ma trận quan hệ và B = AA ta có:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** | **7** | **11** | **13** |
| **1** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **2** | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **3** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **5** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **7** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **11** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **13** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

A =

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** | **7** | **11** | **13** |
| **1** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **2** | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **3** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **5** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **7** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **11** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **13** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

B = AA =

Ta thấy :

∀Aij­, (i ≠ j) ˄ (Aij = 1) 🡪 (Aji = 0)

=> R có tính bất đối xứng (1)

∀Aii, Aii = 1

=> R có tính phản xạ (2)

∀Bij(Bij ≠ 0) 🡪 Aij ≠ 0

=> R có tính bắt cầu (3)

Từ (1)(2)(3)

=> R tuần tự một phần

Ta có biểu đồ hasse là:

2 3 5 7 11 13

1

c)

{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 48}

Ta có R với quan hệ chia hết là:

R = {(1,1) (2,2) (3,3) (6,6) (12,12) (24,24) (36,36) (48,48) (1,2) (1,3) (1,6) (1,12) (1,24) (1,36) (1, 48) (2,6) (2,12) (2,24) (2,36) (2,48) (3,6) (3,12) (3,24) (3,36) (3,48) (6,12) (6,24) (6, 36) (6,48) (12,24) (12,36) (12,48) (24,48}

Gọi A là ma trận quan hệ và B = AA ta được:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **6** | **12** | **24** | **36** | **48** |
| **1** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **2** | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **3** | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **12** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **24** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **36** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **48** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

A =

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **6** | **12** | **24** | **36** | **48** |
| **1** | 1 | 2 | 2 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| **2** | 0 | 1 | 0 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| **3** | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| **12** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| **24** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| **36** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **48** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

B = AA =

Ta thấy :

∀Aij­, (i ≠ j) ˄ (Aij = 1) 🡪 (Aji = 0)

=> R có tính bất đối xứng (1)

∀Aii, Aii = 1

=> R có tính phản xạ (2)

∀Bij(Bij ≠ 0) 🡪 Aij ≠ 0

=> R có tính bắt cầu (3)

Từ (1)(2)(3)

=> R tuần tự một phần

Ta có biểu đồ hasse là:

48

36

24

12

6

2 3

1

d)

{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64}

Ta có R với quan hệ chia hết là:

R = {(1,1) (2,2) (4,4) (8,8) (16,16) (32,32) (64,64) (1,2) (1,4) (1,8) (1,16) (1,32) (1,64) (2,4) (2,8) (2,16) (2,32) (2,64) (4,8) (4,16) (4,32) (4,64) (8,16) (8,32) (8,64) (16,32) (16,64)

(32, 64)}

Gọi A là ma trận quan hệ và B = AA ta được:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **4** | **8** | **16** | **32** | **64** |
| **1** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **2** | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **4** | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **8** | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **16** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| **32** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| **64** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

A =

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **4** | **8** | **16** | **32** | **64** |
| **1** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **2** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **4** | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **8** | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| **16** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| **32** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| **64** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

B = AA =

Ta thấy :

∀Aij­, (i ≠ j) ˄ (Aij = 1) 🡪 (Aji = 0)

=> R có tính bất đối xứng (1)

∀Aii, Aii = 1

=> R có tính phản xạ (2)

∀Bij(Bij ≠ 0) 🡪 Aij ≠ 0

=> R có tính bắt cầu (3)

Từ (1)(2)(3)

=> R tuần tự một phần

Ta có biểu đồ hasse là:

64

32

16

8

4

2

1